



ЗАВДАННЯ З МАТЕМАТИКИ

Частина 1 (базовий рівень)

(15 завдань, одна правильна відповідь на завдання)

Завдання 1–15 мають чотири варіанти відповіді, серед яких лише один правильний.

Виберіть правильний, на Вашу думку, варіант відповіді.

Оцінка за правильно виконане завдання – 2 бали.

1. Скільки всього цілих чисел є серед розв'язків нерівності $\sqrt{100+2x-x^2} \leq x$?

А	Б	В	Г
три	два	один	жодного

2. У прямокутному трикутнику з гіпотенузою c і катетом a бісектриса кута, утвореного ними, ділить висоту, проведену з вершини прямого кута, на дві частини. Знайти відношення більшої з них до меншої.

А	Б	В	Г
$\frac{a}{c}$	$\frac{c}{a}$	$\frac{2c}{a}$	$\frac{2a}{c}$

3. У трикутнику ABC з вершини прямого кута C проведено висоту CD . Радіуси вписаних кіл трикутників ACD і $B CD$ дорівнюють 5 і 12 відповідно. Знайти радіус вписаного кола трикутника ABC .

А	Б	В	Г
10	12	13	15

4. Пішохід пройшов першу половину шляху зі швидкістю 4 км/год. З якою швидкістю він має рухатись на другій половині шляху, щоб його середня швидкість на всьому шляху дорівнювала 5 км/год?

А	Б	В	Г
20/3	3/20	20/5	5/20

5. У трикутнику ABC висота BH ділиться бісектрисами, проведеними з двох інших вершин, у відношенні 13:12 та 13:5, рахуючи від вершини B . Знайти величину кута B .

А	Б	В	Г
30°	120°	60°	90°

6. Укажіть множину всіх значень a , при яких виконується рівність $|a^3 - a^2| = a^3 - a^2$.

А	Б	В	Г
$[1; +\infty)$	$\{0\} \cup [1; +\infty)$	$(-\infty; -1] \cup \{0\}$	$[0; 1]$

7. Уся сім'я випила по повній філіжанці кави з молоком, причому Оленка випила чверть усього молока і шосту частину всієї кави. З'ясуйте, скільки осіб у сім'ї?

А	Б	В	Г
5	4	8	10

8. Функція $f(x)$ має в точці x_0 похідну $f'(x_0) = -4$. Визначте значення похідної функції $g(x) = 2 \cdot f(x) + 7x - 3$ в точці x_0 .

А	Б	В	Г
15	12	-1	-4

9. Розташуйте в порядку зростання числа: 2^{30} ; 3^{20} ; 7^{10}

А	Б	В	Г
$7^{10}; 2^{30}; 3^{20}$	$7^{10}; 3^{20}; 2^{30}$	$2^{30}; 3^{20}; 7^{10}$	$2^{30}; 7^{10}; 3^{20}$

10. Розв'яжіть нерівність $9^x \cdot 27^{3-x} > \sqrt{3^x}$.

А	Б	В	Г
$(-6; \infty)$	$(-\infty; -6)$	$(-\infty; 6)$	$(6; \infty)$

11. Обчисліть $\log_a \sqrt{ab}$, якщо $\log_a b = 7$.

А	Б	В	Г
7	2	49	4

12. Знайдіть значення виразу $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha$, якщо $\alpha = 15^\circ$.

А	Б	В	Г
6	4	8	10

13. Обчисліть площу фігури, обмеженої лініями: $y = x^3$, $y = 8$, $x = 0$.

А	Б	В	Г
16	8	10	12

14. Знайти висоту правильної трикутної піраміди, якщо її бічне ребро дорівнює стороні основи, а об'єм дорівнює 72.

А	Б	В	Г
$2\sqrt{6}$	$6\sqrt{2}$	$3\sqrt{5}$	$4\sqrt{3}$

15. Нехай C – прями́й кут трикутника ABC , висота H і бісектриса BD якого перетинаються в точці N . Знайти відношення BN / DN , якщо $AB = 5$, $AC = 3$.

А	Б	В	Г
1:5	5:3	4:1	3:5

Частина 2 (середній рівень)
(10 завдань, кілька правильних відповідей на завдання)

У завданнях 16–25 до інформації, позначеної цифрами, виберіть один правильний, на Вашу думку, варіант, позначений буквою. Завдання на встановлення відповідності оцінюється у 0, 1, 2, 3 або 4 бали.

Максимальна оцінка за правильно виконане завдання – 4 бали.

16. Установіть відповідність між заданими виразами (1–4) та виразами, що їм тотожно дорівнюють (А–Д).

1.	$(2a+b)^2$	А	$4a^2 - b^2$
2.	$(2a+b)(2a-b)$	Б	$4b^2 - 2ab + a^2$
3.	$(a-2b)^2$	В	$2a^2 + 3ab - 2b^2$
4.	$(a+2b)(2a-b)$	Г	$4a^2 + 4ab + b^2$
		Д	$4b^2 - 4ab + a^2$

17. Розв'яжіть рівняння (1–4). Установіть відповідність між кожним рівнянням та кількістю його коренів (А–Д) на відрізку $[-5;5]$.

Рівняння	Кількість коренів на відрізку $[-5;5]$
1. $\cos^2 x - \sin^2 x = 1$	А жодного
2. $\log_3 x = -2$	Б один
3. $\frac{x^3 - 4x}{x^3 + 8} = 0$	В два
4. $x^4 + 5x^2 + 4 = 0$	Г три
	Д чотири

18. Установіть відповідність між геометричним тілом (1–4) та площею його повної поверхні (А–Д).

Геометричне тіло	Площа повної поверхні
1. Конус з радіусом основи 3 та твірною 5	А 18π
2. Циліндр з радіусом основи 3 та висотою 4	Б 24π
3. Куля радіуса $2\sqrt{3}$	В 36π
4. Куб з ребром $\sqrt{3\pi}$	Г 42π
	Д 48π

19. Установіть відповідність між геометричними перетвореннями графіка функції $y = \cos x$ (1–4) та функціями, одержаними в результаті цих перетворень (А–Д).

- | | |
|--|----------------------------|
| 1. Графік функції $y = \cos x$
паралельно перенесли вздовж
осі Ox на дві одиниці ліворуч | А $y = \cos(2x)$ |
| 2. Графік функції $y = \cos x$
паралельно перенесли вздовж
осі Oy на дві одиниці вниз | Б $y = \frac{1}{2} \cos x$ |
| 3. Графік функції $y = \cos x$
стиснули до осі Ox у два рази | В $y = \cos(x-2)$ |
| 4. Графік функції $y = \cos x$
стиснули до осі Oy у два рази | Г $y = \cos(x+2)$ |
| | Д $y = \cos x - 2$ |

20. Установіть відповідність між функціями (1–4) та областями їх визначення (А–Д).

- | | |
|---|--|
| 1. $y = \sqrt{6 + 7x - 3x^2}$ | А $x \in (-\infty; 0]$ |
| 2. $y = \arcsin 3^x$ | Б $x \in \left[-\frac{2}{3}; 3\right]$ |
| 3. $y = \frac{\lg x}{\sqrt{x^2 - 2x - 63}}$ | В $x \in (-\infty; +\infty)$ |
| 4. $y = \frac{x}{ x }$ | Г $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ |
| | Д $x \in (9; +\infty)$ |

21. Кожній точці (1–4) поставте у відповідність функцію (А–Д), графіку якої належить ця точка.

- | Точка | Функція |
|---------------|----------------------|
| 1. О (0;0) | А $y = 2x + 2$ |
| 2. М (0; - 1) | Б $y = ctgx$ |
| 3. N (- 1;0) | В $y = tgx$ |
| 4. К (0;1) | Г $y = \sqrt{x} - 1$ |
| | Д $y = 2^x$ |

22. Розв'яжіть рівняння (1–4). Установіть відповідність між кожним рівнянням та його коренями (А–Д).

- | Рівняння | Корінь рівняння |
|--|-----------------|
| 1. $(\sqrt{3})^{2x} = \left(\frac{1}{81}\right)^{\frac{1}{4}}$ | А $\frac{2}{3}$ |
| 2. $5^x + 5^{x+2} = 130$ | Б -1 |

3. $\left(\frac{3}{4}\right)^x \cdot \left(\frac{32}{81}\right)^x = \frac{4}{9}$ В 1
4. $\left(\frac{2}{5}\right)^x = \frac{25}{4}$ Г 0
- Д -2

23. Установіть відповідність між заданими нерівностями (1–4) та їхнім розв'язком (А–Д).

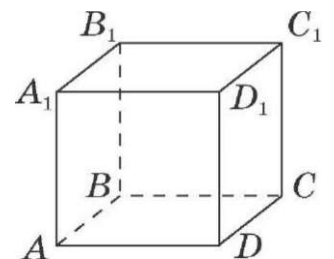
Нерівність	Розв'язок
1. $ x^2 - 4x < 5$	А $(-\infty; -2) \cup (2; 3) \cup (5; +\infty)$
2. $(x-3)^3(5-x)(x+2)^4 < 0$	Б $(-1; 5)$
3. $\frac{6x-5}{4x+1} < 0$	В $(-\frac{1}{4}; \frac{5}{6})$
4. $-1 < \frac{3-2x}{5} < 3$	Г $(-\infty; -6) \cup (4; \infty)$
	Д $(-6; 4)$

24. Установіть відповідність між функцією (1–4) та кількістю точок перетину її графіка з осями координат (А–Д).

Функція	Кількість точок перетину
1. $y = x^2 - 4$	А жодної
2. $y = 2^x$	Б одна
3. $y = 2x + 1$	В дві
4. $y = \frac{1}{x}$	Г три
	Д чотири

25. На рисунку зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, ребро якого дорівнює 1. Установіть відповідність між вектором (1–4) та твердженням (А–Д), яке є правильним для цього вектора.

Вектор	Твердження
1. $\vec{a} = \overline{AC_1}$	А вектори \vec{a} і $\overline{CC_1}$ рівні
2. $\vec{a} = \overline{A_1D}$	Б скалярний добуток векторів \vec{a} і $\overline{DD_1}$ дорівнює 1
3. $\vec{a} = \overline{AB_1}$	В довжина вектора \vec{a} дорівнює 2
4. $\vec{a} = \overline{BV_1}$	Г вектори \vec{a} і $\overline{C_1D}$ протилежні
	Д кут між векторами \vec{a} і \overline{AC} дорівнює 45°



Частина 3 (високий рівень)
(5 завдань, завдання відкритої форми)

Розв'яжіть завдання 26–30.

Максимальна оцінка за правильно виконане завдання – 6 балів.

26. Знайдіть найбільше значення параметра a , при якому система рівнянь

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 81 \\ (x+2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases} \text{ має єдиний розв'язок.}$$

27. Розв'яжіть рівняння $|3\lg x + 1| - |\lg x - 3| = 2$. Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має більше одного кореня, то у відповідь запишіть СУМУ всіх коренів.

28. Побудуйте графік функції $y = \frac{x^2 - x - 2}{|x + 1|}$. Користуючись графіком, визначте область значень цієї функції.

29. Сторона основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює 6. Бічне ребро піраміди нахилене до площини її основи під кутом 60° . Обчисліть площу S сфери, описаної навколо піраміди. У відповідь запишіть значення $\frac{S}{\pi}$.

30. Розв'яжіть рівняння $\frac{\sqrt{x^2 + (4a - 4)x + 4a^2} - 2\sqrt{2a}}{5 \cdot 5^{2x} - 5^{a+x} - 5^{a-1} + 5^x} = 0$ залежно від значень параметра a .